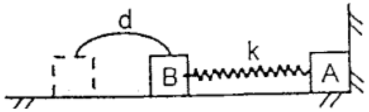
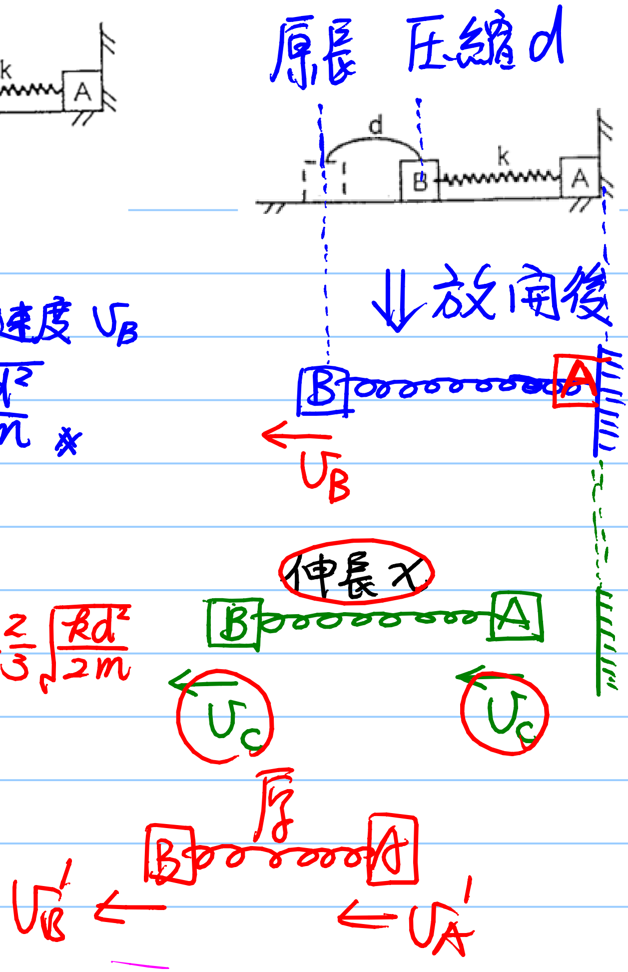
8. 如右圖，兩質量分別為 m 及 $2m$ 的 A、B 兩物體，以彈力常數為 k 的理想彈簧相連接。A 緊靠於牆上，整體放在光滑水平面上。今施力於 B 將彈簧壓縮距離 d 後釋放，則彈簧最大伸長量為 (A)d (B)d/2 (C)d/3 (D)d/$\sqrt{2}$ (E)d/$\sqrt{3}$





(1) 彈簧压縮 d 後釋放，B往左彈開至恢復原長時，B速度 v_B

E守恆 ⇒ $\frac{1}{2}kd^2=\frac{1}{2}m_B\cdot v_B^2 \Rightarrow kd^2=2m\, v_B^2 \Rightarrow v_B=\sqrt{\frac{kd^2}{2m}}$ ※

(2) 之後彈簧伸長，B開始減速，A開始加速

直至 $v_B'=v_A'=v_C$，此時彈簧有最大伸長量 x

E守恆 ⇒ $\cancel{\frac{1}{2}}kd^2=\cancel{\frac{1}{2}}(m_A+m_B)v_C^2+\cancel{\frac{1}{2}}kx^2$; $v_C=\frac{2m\cdot v_B}{m+2m}=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{kd^2}{2m}}$

⇒ $kd^2=3m\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{kd^2}{2m}+kx^2 \Rightarrow x=\frac{d}{\sqrt{3}}$ ※

P736. 8.

.(1)在完成登月任務後，登月艇自月球表面升空與母船會合，母船與登月艇會合後一起繞月球作圓周運動，其速率為 v，母船與登月艇質量均為 m，月球的質量為 M，重力常數為 G，求母船與登月艇繞月球軌道運動的 (a)週期 (b)軌道半徑。

(2)在啟動歸程時，船上火箭作一短時間的噴射(噴出廢氣的質量及動量均可忽略)，使登月艇與母船分離，且分離方向與速度方向平行。若分離後母船恰能完全脫離月球的引力，求(c)在剛分離後登月艇的速率 (d)母船與登月艇在火箭噴射的過程中共獲得的力學能。 【88 日大】

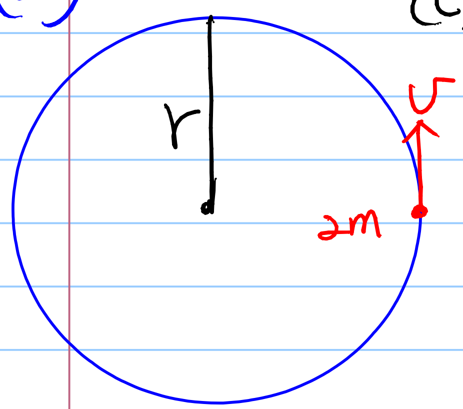
(1) (b) $F_c=\frac{mv^2}{r}=\frac{GMm}{r^2}$

$\Rightarrow r=\frac{GM}{v^2}$ ※

(a) $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi\cdot\frac{GM}{v^2}}{v}$

$=\frac{2\pi GM}{v^3}$ ※

(2)



(c) ① 分離時，P守恆：$2mv=m\cdot v_{母}+m\cdot v_{登}$

② 其中，∵母船恰脫離：$\frac{1}{2}mv_{母}^2+\left(-\frac{GMm}{r}\right)=0$

$\Rightarrow v_{母}=\sqrt{\frac{2GM}{r}}=\sqrt{\frac{2GM}{\frac{GM}{v^2}}}=\sqrt{2}v$ 代回

③ $2mv=m\cdot\sqrt{2}v+m\cdot v_{登}\Rightarrow v_{登}=(2-\sqrt{2})v$ ※

(d) $\Delta E = E_{分離後} - E_{分離前}$ (∵分離瞬間, r不變 ∴位能沒變化)

$$= K_{分離後} - K_{分離後}$$

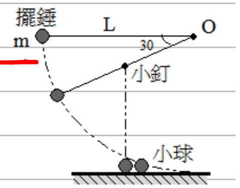
$$= \left(\frac{1}{2}m v_{母}^2 + \frac{1}{2}m v_{衛}^2\right) - \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot v^2$$

$$= \frac{1}{2}m(\sqrt{2}v)^2 + \frac{1}{2}m\left[(2-\sqrt{2})v\right]^2 - mv^2$$

$$= mv^2 + \frac{1}{2}m(4-4\sqrt{2}+2)v^2 - mv^2$$

$$= (3-2\sqrt{2})mv^2$$ #

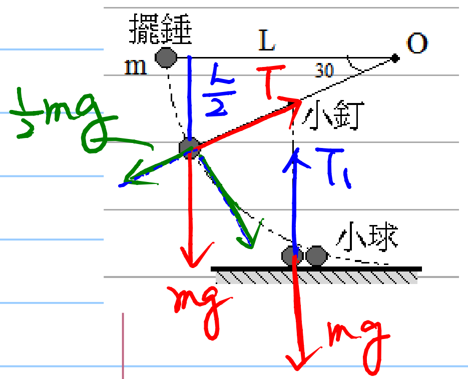
P86 3. 一擺長為 L 之單擺懸於 O 點，其擺錘質量為 m，被拉至水平後放開，當擺線與水平成 30°夾角時，擺線的中點被一小釘卡住，擺錘則繼續掉落，如右圖。當擺錘擺至最低點時，恰碰上一個靜止於光滑地面上，質量也是 m 的小球。假設擺錘與小球作一維之完全彈性碰撞：[77 日大]



(1)當擺線卡在小釘前一瞬間，擺錘的速率及擺線上的張力為何？

(2)當擺線下落至最低點，且碰上小球的前一瞬間，擺錘的速率及線上的張力為何？

(3)當擺錘碰上小球後，若擺錘不觸及地面，則擺線上的張力又為何？



(1) ① $v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2g\cdot\frac{L}{2}}=\sqrt{gL}$ ※

② 左圖：$F_c=T-\frac{1}{2}mg=\frac{mv^2}{r}$

$\Rightarrow T-\frac{1}{2}mg=\frac{m\cdot gL}{L}$

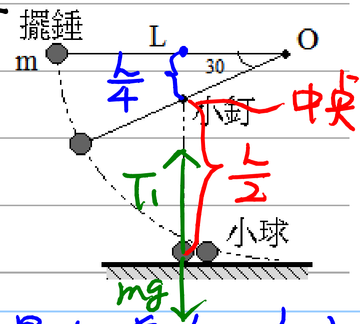
$\Rightarrow T=\frac{3}{2}mg$ ※

(2) ① ∵力学一直都守恒

∴ $v_{底}=\sqrt{2gh}$

$=\sqrt{2g\cdot\frac{3}{4}L}$

$=\sqrt{\frac{3}{2}gL}$



(由上圖，最高与最低差 $\frac{L}{4}+\frac{L}{2}$)

② $F_c=T_1-mg=\frac{mv_{底}^2}{r}$，$r \rightarrow \frac{L}{2}$

$\Rightarrow T_1=mg+\frac{m\cdot\frac{3}{2}gL}{\frac{1}{2}L}=4mg$

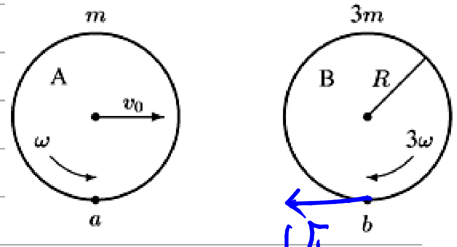
(3) 完全彈性碰撞，又質量相等

速度交換 ∴擺錘末速=0

繩上張力 $T_2=mg$ (∵合力=0) ※

P87

*7. 在光滑平面上的 A、B 兩圓盤，半徑均為 R，質量分別為 m 及 $3m$，A 盤以角速度 ω 沿逆時針方向轉動，B 盤以角速度 3ω 沿順時針方向轉動，A、B 兩盤心的連線方向為由西向東，且兩盤的邊緣均極光滑。今 A 盤以初速 v_0 由西向東碰撞盤心靜止的 B 盤，碰撞後 A 以 $v_0/2$ 的速度向西運動，則下列敘述哪些正確？



(A)兩盤碰撞前 B 盤最南之端點（圖中之 b 點）的速度為 $3\omega R$，方向向西

(B)碰撞後，B 盤之盤心速度的量值為 ~~v_0~~ $\frac{1}{2}v_0$

(C)碰撞後，B 盤最南方之端點的速度為 $3\omega R$，方向向西

(D)碰撞後，B 盤之盤心相對於 A 盤之盤心的速度量值為 v_0

(E)此兩盤碰撞前後的線動量不守恆 → 不受外力，動量守恆

v_B'　v_A'　v_b

(A) $v_b = R\cdot 3\omega = 3\omega R$，向西（左圖）

(B) 視為中心點碰撞

$$v_B' = \frac{2m_A}{m_A+m_B}v_A = \frac{2\cdot m}{m+3m}\cdot v_0 = \frac{1}{2}v_0$$

(C) ∵ b 點相对於盤心速度為 $-3R\omega = v_{b盤}$

$v_{b盤} = v_b - v_{盤}$ → v_B'

$-3R\omega = v_b - \frac{1}{2}v_0$

$\Rightarrow v_b = \frac{1}{2}v_0 - 3R\omega$

(D) $$v_A' = \frac{m_A-m_B}{m_A+m_B}v_A = \frac{m-3m}{m+3m}v_0 = -\frac{1}{2}v_0$$

$\therefore v_B' - v_A' = \frac{1}{2}v_0 - (-\frac{1}{2}v_0) = v_0$（遠離速率 = 接近速率）

* P8-12 ⑤ 是鉛直彈簧，超出範圍，新課綱已刪除

P8-14 *9. 在光滑水平桌面上，一長度為 L，質量為 M 的木塊被固定不動，今將一質量為 m 的子彈，以水平速度 v 射入木塊內，其射入的深度為 $\frac{L}{2}$。若木塊不被固定，子彈仍以水平速度 v 射入木塊，並且同樣卡在木塊內，假設兩次射擊阻力相同、皆不受深度影響，則

✓(A)木塊的末速為 $\frac{mv}{M+m}$　末速 $=v_c=\frac{mv}{M+m}$

(B)木塊所受的衝量大小為 $\frac{mv}{M+m}$　$J=\Delta p=Mv_c-0=\frac{Mmv}{M+m}$

(C)子彈射入木塊內的深度為 $\frac{mL}{2(M+m)}$　$=S$

✓(D)自子彈射入木塊內到靜止於木塊內為止，木塊移動的距離為 $\frac{Mm}{2(M+m)^2}L$　$=S'$

(E)子彈對木塊所作的功為 $\frac{M^2v^2}{2(M+m)}$　$=W$

(C) 木塊固定，設阻力為 f

$\frac{1}{2}mv^2=f\cdot\frac{L}{2}\Rightarrow f=\frac{mv^2}{L}$

木塊不固定，阻力 f 不變

$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(m+M)v_c^2+f\cdot S$

$\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2v^2}{(M+m)^2}+\frac{mv^2}{L}\cdot S$

$\Rightarrow\frac{1}{2}mv^2\cdot\frac{M}{M+m}=\frac{mv^2}{L}\cdot S$

$\Rightarrow S=\frac{ML}{2(M+m)}$ ※

先算 (E) 子弹对木块作功 = 木块增加之动能

$$W = \frac{1}{2} M v_c^2 = \frac{1}{2} M \cdot \left(\frac{mv}{M+m}\right)^2 = \frac{Mm^2v^2}{2(M+m)^2} \#$$

(D) 子弹受力f, 木块受力也是f

$$W = fs'$$

$$\Rightarrow \frac{Mm^2v^2}{2(M+m)^2} = \frac{mv^2}{L} \cdot s'$$

$$\Rightarrow s' = \frac{MmL}{2(M+m)^2} \#$$