Unit 1：數字系統與數碼系統

Section 1: 數字系統

- 十進位(Decimal) 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- 二進位(Binary) 0,1
- 八進位(Octal) 0,1,2,3,4,5,6,7
- 十六進位(Hexadecimal) 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

數制間的轉換:

整數部分: 用短除法連除 2(或 8 或 16)，由下而上寫出餘數

小數部分: 用乘法乘 2(或 8 或 16)，直到小數為 0。由上而下寫出乘積的整數。

範例 1: 將十進位數字 0 到 16 分別以十進位（Decimal），二進位（Binary），八進位（Octal），及十六進位（Hexadecimal）表示出來。

解答：

1. 十進位逢 10 即進位，而二進位逢 2 即進，八進位逢 8 即進位，十六進位逢 16 即進位。
2. 十六進位，由於基底爲 16，故其數元分別 0,1,2,……,14,15，但 10 到 15 由於有兩個數元，故借來 A,B,C,D,E,F 等數元以分別表示 10 到 15。
3. 若是二進位，則其一個數元（digit）被稱爲二進數元或位元（binary digit, or bit）。

十進制（Decimal）	二進制（Binary）	八進制（Octal）	十六進制（Hexadecimal）
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

範例 2：試將下列數字表示成十進位數字：

① $(903.87)_{10}$

② $(10101.01)_2$

③ $(754.34)_8$

④ $(ABC.5)_{16}$

解答：

① $(903.87)_{10} = 9\times 10^2 + 0\times 10^1 + 3\times 10^0 + 8\times 10^{-1} + 7\times 10^{-2}$
$= 900 + 3 + 0.8 + 0.07$
$= 903.87$

② $(10101.01)_2 = 1\times 2^4 + 0\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0 + 0\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2}$
$= 16 + 4 + 1 + 0.25$
$= 21.25$

③ $(754.34)_8 = 7\times 8^2 + 5\times 8^1 + 4\times 8^0 + 3\times 8^{-1} + 4\times 8^{-2}$
$= 448 + 40 + 4 + 0.375 + 0.0625$
$= 492.4375$

④ $(ABC.5)_{16} = 10\times 16^2 + 11\times 16^1 + 12\times 16^0 + 5\times 16^{-1}$
$= 2560 + 176 + 12 + 0.3125$
$= 2748.3125$

範例 3： 試將 $(18.75)_{10}$ 轉成二進位數字，或以二進位來表示之。

解答：

$(18.75)_{10} = (18)_{10} + (0.75)_{10}$

我們首先將整數部分與小數部分分開，並分別找出它們的二進位表示法，再合併之。

（一）整數部分：用除 2 的方式

2 | 18 --- 0 (18÷2 的餘數)
1 | 9 --- 1 (9÷2 的餘數)
2 | 4 --- 0 (4÷2 的餘數)
2 | 2 --- 0 (2÷2 的餘數)
2 | 1 --- 1 ← MSD
0

所以 $(18)_{10} = (10010)_2$

（二）小數部分：用乘 2 的方式

0.75
× 2
小數點後第一位 1.50

0.50
× 2
小數點後第二位 1.00

當小數部分＝0 時則停止。

所以 $(0.75)_{10} = (0.11)_2$

將整數及小數合併，$(18.75)_{10} = (10010.11)_2$

讀者可自行練習將 $(13.3)_{10}$ 以二進位來表示。下面範例說明如何將十進位數字轉成八進位數字。

範例 5：試將 $(43969.75)_{10}$ 以十六進位表示之。

解答：

$(43969.75)_{10} = (43969)_{10} + (0.75)_{10}$

（一）整數部分：用除 16 的方式	（二）小數部分：用乘 16 的方式
16 ｜ 43969 --- 1 (43969÷16 的餘數) 16 ｜ 2748 --- 12 (2748÷16 的餘數) 16 ｜ 171 --- 11 (2171÷16 的餘數) 16 ｜ 10 ---10 ←MSD 0 故 $(43969)_{10} = (ABC1)_{16}$	0.75 × 16 小數點後第一位 12.000 ↑因=0，故停止 $(0.75)_{10} = (0.C)_{16}$

將整數與小數合併 $(43969.75)_{10} = (ABC1.C)_{16}$

讀者可自行練習將 $(1000.625)_{10}$ 轉換成十六進位。

範例 6：① 將二進位數字 $(10101.0101)_2$ 以八進位表示之。
② 將八進位數字 $(123.45)_8$ 轉成二進位數字。

解答：

① 將二進位轉成八進位，其做法是以小數點爲分界，分別往左右每三個位元爲一組，若不夠三位元則補 0，之後每一組的三個位元轉成八進位的數元。

```
  0 1 0 1 0 1 . 0 1 0 1 0 0
  |___|___|     |___|___|
⇨   2   5   .   2   4
```

故 $(10101.0101)_2 = (25.24)_8$

② 將八進位轉成二進位，其做法是將每個八位數元以三位元的二進位數元表示之即可。

$$(123.45)_8 = (\underset{1}{\underline{001}}\ \underset{2}{\underline{010}}\ \underset{3}{\underline{011}}\ .\ \underset{4}{\underline{100}}\ \underset{5}{\underline{101}})_2$$

$$= (1010011.100101)_2$$

範例 7：① 試將 $(11101.0101)_2$ 以十六進位表示之。
② 試將 $(2A5.A8)_{16}$ 轉成二進位數字。

解答：

① 與由二進位轉成八進位的方法類似，不過二進位轉十六進位，要四個位元組成一組，不足四個則補 0。

$$\underline{0001}\ \underline{1101}\ .\ \underline{0101}$$
$$1 \quad D \quad 5$$

故 $(11101.0101)_2 = (1D.5)_{16}$

② 將十六進位的每個位元轉成以四位元的二進位即可。

$$(2A5.A8)_{16} = (\underline{0010}\ \underline{1010}\ \underline{0101}.\underline{1010}\ \underline{1000})_2$$
$$2 \quad A \quad 5 \quad A \quad 8$$
$$= (1010100101.10101)_2$$

最左邊與最右邊的 "0" 皆可略去。

範例 8：① 試將 $(365.5)_8$ 轉成十六進位數字。
② 試將 $(293.AC)_{16}$ 轉成八進位數字。

解答:

① 將八進位數字先轉成二進位數字, 再由二進位轉成十六進位即可。

$$(365.5)_8 = (\underline{011}\ \underline{110}\ \underline{101}\ .\ \underline{101})_2$$
$$= (0\ \underline{1111}\ \underline{0101}\ .\ \underline{1010})_2$$
$$F \quad 5 \quad A$$
$$= (F5.A)_{16}$$

② 先將十六進位轉成二進位，之後再轉成八進位即可。

$$(293.AC)_{16} = (\underline{0010}\ \underline{1001}\ \underline{0011}\ .\ \underline{1010}\ \underline{1100})_2$$
$$= (\underline{001}\ \underline{010}\ \underline{010}\ \underline{011}\ .\ \underline{101}\ \underline{011})_2$$
$$1 \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 3$$
$$= (1223.53)_8$$

練習:

1.計算 0.828125_{10}=_____$_{16}$

2.計算 BCD_{16}=_____$_2$=_____$_{10}$

3.計算 1023_{10}=_____$_{16}$

4.計算 10010.101111_2=_____$_8$=_____$_{16}$

5.計算 571.2438=_____$_{10}$

6.某資料存於某記憶體位址由 $B08D_{16}$ 到 $BCBB_{16}$，問其容量為幾 KB? _____

補數的運算

二進位的補數分下列兩種

- 1's 補數:即為原數的相反(0 變 1，1 變 0)
- 2's 補數(2 進位的負數表示法)= 該數的 1's 補數+1

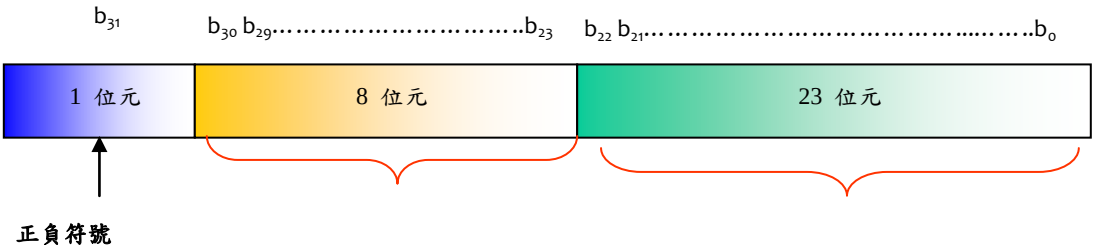
2's 補數表示法:若為 n bits，可表示的範圍為**$-(2)^n$~$+(2)^n-1$**

例:請以 8bits 表示下列資料

	1's 補數	2's 補數
(1) 00110010 (2) 10101100 (3) 11010011		

浮點數表示法

- 表示實數資料
  - 單倍精確浮點數：32 位元。
  - 雙倍精確浮點數：64 位元。
  - 延伸精確浮點數：80 位元。
- 表示法



- 說明
  - 正/負符號
    - b31=0 表示此實數為正數；b31=1 表示此實數為負數。
  - 偏差指數
    - 8 位元表示的非負整數值為 0~255。
    - 實數可由很小至很大，故需要正、負二種指數，因此以 127 為指數偏差值，實際的指數值=偏差指數-127。
      - 偏差指數的範圍為 127～255，則代表真正指數值為 0～128。
      - 偏差指數介於 126～0 之間，則代表真正指數值介於-1～-127 之間。
      - 偏差指數是 132，其真正指數則為 5；偏差指數是 120，其真正指數即是-7。
  - 小數部分
    - 此處的小數部分是經過正規化(normalization)後的小數。由於它有 23 位元，所以可準確到小數點後 23 位。

範例 19：-0.111×2^{-4}之浮點表示法爲何?

解答:

因此數是負值，故 $b_{31}=1$。並將-0.111×2^{-4}正規化成-1.11×2^{-5}，故其指數爲-5。但因指數偏差值爲 127，故偏差指數是$-5+127=122$，表示成八位元的二進數字爲 01111010。有效小數部分則爲 110···0(21 個 0)。所以此數被儲存爲 1 01111010 11000000000000000000000。

範例 20： ±0 之浮點表示法爲何?

解答:

因 0 無法寫成正規化形式，故需以特殊情形待之。最簡單的方法即是令三部分皆爲 0。故±0 是以 0 0000000 00000000000000000000000。

Section 2: 數碼系統

中 種類

8-4-2-1 碼、二五碼、環形計數碼、五取二碼、超三碼、Gray Code(格雷碼)、BCD 碼、標準 BCD 碼、ASCII 碼、EBCDIC 碼、其它。

中 BCD 碼:每個十進位數可用 4bit 一組的二進數來表示。

十進數	BCD 碼
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

練習:

1. 轉換 BCD 碼為十進位數:

100101_{BCD}=_____$_{10}$

11001_{BCD}=_____$_{10}$

011000011001_{BCD}=_____$_{10}$

2. 轉換十進位為 BCD 碼:

104_{10}=_____BCD

547_{10}=_____BCD

359_{10}=_____BCD

⊕ ASCII:美國資訊標準交換碼

一般使用 7 個 bit 來表示一個字元(character)。是目前使用最廣泛的通信碼。

⊕ Gray Code:通常用於資料的傳輸，不適合用於算術運算。(每一次只有一個位元異動)。

- ❖ 任何連續的兩個二進位表示法，只有一個位元不相同；其餘相同。
- ❖ 用二個位元來表示整數 0，1，2，3，

  方法一：

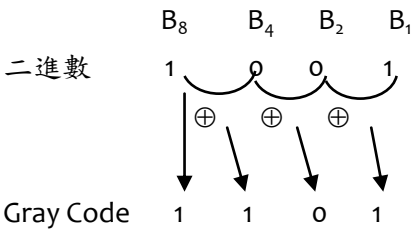
  即 G1=｛0=00，1=01，2=11，3=10｝

  方法二：

  即 G2=｛00=10，1=11，2=01，3=00｝。
- ❖ 學者研究出一種二進碼，稱為反射葛雷碼（Reflected Gray code），其編碼方式唯一而且有系統，故廣泛應用在計算機領域。

十進位	**Gray Code**	二進位
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0011	0010
3	0010	0011
4	0110	0100
5	0111	0101
6	0101	0110
7	0100	0111
8	1100	1000
9	1101	1001
10	1111	1010
11	1110	1011
12	1010	1100
13	1011	1101
14	1001	1110
15	1000	1111

二進位化為 Gray Code:

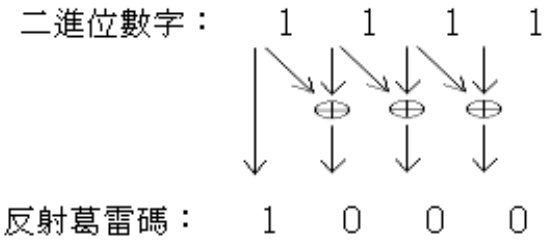


⊕: 代表 XOR (即二者相異才為 1)

範例17：試將15以4位元反射葛雷碼表示之。

解答：

1. 先將15轉成4位元的二進位數字 = $(1111)_2$
2. 將二進位數字轉成反射葛雷碼：
   將反射葛雷碼的位元由左到右依次產生。
   最左邊的位元 = 二進位數字最左邊的位元。
   左邊第二個位元 = 二進位數字左邊第二個位元 ⊕ 最左邊的位元
   左邊第三個位元 = 二進位數字左邊第三個位元 ⊕ 左邊第二個位元
   最右邊的位元 = 二進位數字左邊第四個位元 ⊕ 左邊第三個位元

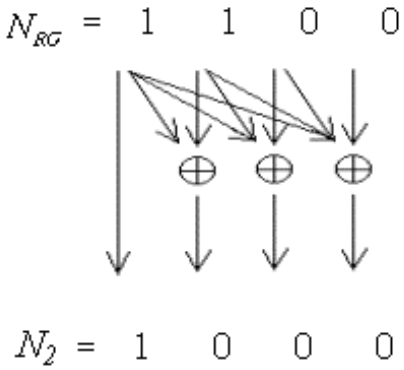


故得15的反射葛雷碼爲 1000

範例18：試問4位元反射葛雷碼1100，其相對應的十進位數字爲何？

解答：

1. 由 N_{RG} 先轉成 N_2，其方法如下：



2. 將二進位數字轉成十進位數字
   $N_2 = (1000)_2 = 8$
   故反射葛雷碼1100代表十進位數字8。

練習:

1. 十進位 5 的 Gray Code 為_____
2. 二進位 101101 的 Gray Code 為_____

霍夫曼碼(Huffman Code)

- 不固定長度的編碼方式，符號編碼長度與出現頻率成反比。
- 編碼步驟
  - 找出所有符號出現頻率。
  - 將頻率最低的兩者相加得出另一個頻率。

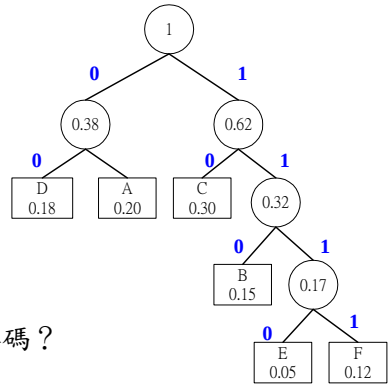
- ❑ 重覆以上第二步驟，將最低兩個頻率相加，直到只剩下一個頻率為止。
- ❑ 根據合併關係分配 0 與 1，而形成一棵編碼樹。

⊕ 實例—編碼

- ❑ 假設編碼系統有 A, B,C, D, E, F 等六個符號，期出現頻率依序為 0.2, 0.15, 0.3, 0.18, 0.05, 0.12，試設計霍夫曼碼？
- ❑ 編碼結果

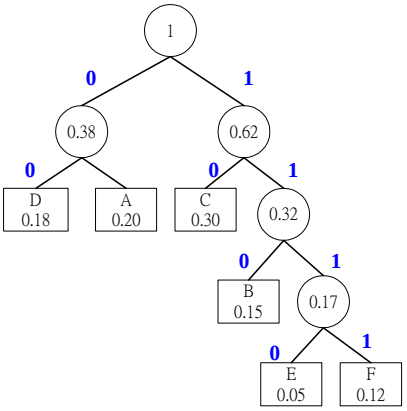
  A: 01; B:110; C:10

  D:00; E:1110;F:1111
- ❑ 總共所需位元：17 bits。



⊕ 實例—解碼

- ❑ 請依照上一題所設計霍夫曼碼，將 111110010000110 進行解碼？
- ❑ 解碼結果
  - ❖ **FCADDB**



⌑ 數碼檢查與更正

⊕ 方法:

- ❑ 同位元檢查(Parity check)—又分為奇數同位元檢查和偶數同位元檢查
- ❑ 定數檢查(fixed-count check)
- ❑ Cyclic Redundancy Check(CRC)
- ❑ 漢明碼(Hamming Code)

⊕ 同位元檢查

主要原理是於資料碼後自動加一個 parity bit (同位元)，使此資料碼內”1”的個數形成奇數或偶數。

若採奇同位元數碼檢查法，則 parity bit 和資料碼內 1 的個數總和應為奇數。

反之，則為偶同位元數碼檢查法。

例 1:使用奇同位:

資料碼	同位位元
1101101	0
1011001	1

例 2:使用偶同位:

資料碼	同位位元
1101101	1
1011001	0

【練習】:

1. 採用奇同位元檢查法傳送 7 位元資料，以下為接收端收到的各筆資料，何者可確知在傳送中有錯誤發生？ (A)11100000 (B)10110000 (C)10001111 (D)10101010。

2. 經加上偶同位元檢查後，下列代碼何者正確？ (A)1010111 (B)0110111 (C)1111001 (D)1011001。

中 Hamming Code

漢明碼為一個兼具自動錯誤偵測與更正一個 bit 的雙種功能，若用 7 個 bit，4 個代表 data，3 個代表檢查碼。

bit position	7 6 5 4 3 2 1	其中 $c_1=M_4 \oplus M_2 \oplus M_1$ $c_2=M_4 \oplus M_3 \oplus M_1$ $c_3=M_4 \oplus M_3 \oplus M_2$
Data	M_4 M_3 M_2 M_1	
Check bit	C_3 C_2 C_1	

Hamming Distance:

代表兩組信號不同 bit 個數之和。

如:A=$(10101)_2$ B=$(11110)_2$， 因為有 3 個位元不同，所以 Hamming Distance=3.

題庫：

(4)1.若要儲存"Win-98"這個字串，須使用多少位元組？"

(1). 9

(2). 7

(3). 5

(4). 6

(2)2.00001101 之 1 的補數為何者？

(1). 11110011

(2). 11110010

(3). 10001101

(4). 00001110

(1)3.1 MB 等於

(1). 1024 KB

(2). 1024 bytes

(3). 1024 GB

(4). 1024 TB

(3)4.1101111001 之 2 的補數為下列何者？

(1). 1111111001

(2). 1101111010

(3). 0010000111

(4). 0010000110

(4)5.24*24 的點矩陣中文字型，佔用的記憶空間為多少 Bytes？

(1). 24

(2). 36

(3). 48

(4). 72

(3)6.$(2A4E.8D)_{16}$ 轉換為 8 進位值後，各個位數值總和為？

(1). 22

(2). 23

(3). 24

(4). 25

(4)7.-35 以 8 位元表示 2 的補數，以下何者正確？

(1). 00100011

(2). 10100011

(3). 11011100

(4). 11011101

(1)8.ASCII 碼使用幾個位元來表示區域位元？

(1). 3

(2). 4

(3). 7

(4). 8

(2)9.ASCII 碼使用幾個位元來表示資料位元？

(1). 3

(2). 4

(3). 7

(4). 8

(4)10.ASCII 碼的控制字元 CR 代表什麼意思？

(1). 換行

(2). 換頁

(3). 空白

(4). 移至行首

(2)11.ASCII 碼的控制字元 FF 代表什麼意思？

(1). 換行

(2). 換頁

(3). 空白

(4). 移至行首

(1)12.ASCII 碼的控制字元 LF 代表什麼意思？

(1). 換行

(2). 換頁

(3). 空白

(4). 移至行首

(4)13.EBCDIC 碼以

(1). 1

(2). 2

(3). 3

(4). 4 位元作為其數字位元(Digit bit)

(3)14.F (X, Y, Z)= X'Y'Z'+X'YZ'+X'YZ+XYZ 化簡之後為

(1). Y'Z+X

(2). YZ+XY'

(3). YZ+X'Z'

(4). Y'Z'+XZ

(3)15.X 進制的$(110)_X$相當與$(42)_{10}$，請問 X 為何？

(1). 4

(2). 5

(3). 6

(4). 7

(2)16.一個位元組是由幾個位元所組成

(1). 2

(2). 8

(3). 10

(4). 16

(3)17.一般計算機內，表示字元符號最常用的是哪兩種數碼？

(1). ASCII 與 BCD 碼

(2). CCCII 與 CISCII 碼

(3). ASCII 與 EBCDIC 碼

(4). 數值碼與文字碼

(3)18.二進位編碼所組成的資料帶在運用時，通常會另加一個 bit，用來檢查資料是否正確，此 bit 稱為

(1). check bit

(2). extended bit

(3). parity bit

(4). redundancy bit

(1)19.二進制的 001010 減 010110 的結果，以 1 的補數表示，其結果為

(1). 110011

(2). 110100

(3). 010010

(4). 110101

(2)20.二進制的 001010 減 010110 的結果，以 2 的補數表示，其結果為

(1). 110011

(2). 110100

(3). 010010

(4). 110101

(3)21.十進制(60.875)以二進制值表示為

(1). 110110.111

(2). 101110.110

(3). 111100.111

(4). 110100.110

(4)22.下列各數值，何者與其他三者並不等值？

(1). $(135.7)_8$

(2). $(1011101.111)_{28}$

(3). $(93.875)_{10}$

(4). $(50.7)_{16}$

(3)23.下列字元在 ASCII 碼的順序，何者為正確？

(1). A>B>C

(2). a>b>c

(3). 3>2>1

(4). 1>2>3

(1)24.下列何者有誤？

(1). EBCDIC 碼主要用於 IBM 相容之個人電腦上

(2). ASCII 可以使用在資料通訊上

(3). EBCDIC 以 8 個位元來表示一個字元

(4). ASCII 碼為 7 個位元

(1)25.下列何者是個人電腦中最廣為使用的資訊交換碼？

(1). ASCII

(2). TCP/IP

(3). ANSI

(4). EBCDIC

(4)26.下列何者與$(111010011.101)_2$相等？

(1). $(E91.5)_{16}$

(2). $(E91.A)_{16}$

(3). $(1D3.5)_{16}$

(4). $(1D3.A)_{16}$

(4)27.下列那一個符號不是十六進位系統所使用的符號？

(1). A

(2). F

(3). E

(4). G

(1)28.下列那一項是正確的？

(1). M (mega)指的是 2^{20}，約等於百萬

(2). 一般個人電腦中最常用的是 EBCDIC 碼

(3). 目前電腦常用的記憶體是由磁蕊(core)所組成的

(4). 所謂軟體，除了指程式外尚包含了執行該程式的中央處理單元(CPU)

(2)29.下列那一種表示法是錯誤的？

(1). $(131.6)_{10}$

(2). $(532.6)_5$

(3). $(100.101)_2$

(4). $(267.6)_8$

(2)30.下列兩個八進位數值之和為何？$(23.4)_8+(56.4)_8=$？

(1). $(66.0)_8$

(2). $(102.0)_8$

(3). $(79.8)_8$

(4). $(515.10)_8$

(3)31.下列資料單位何者為由小而大順序排列？

(1). bit GB byte KB MB

(2). bit byte MB GB KB

(3). bit byte KB MB GB

(4). bit MB KB GB byte

(3)32.下列數值何者與其他三者不相等？

(1). $(65)_8$

(2). $(53)_{10}$

(3). $(111001)_2$

(4). $(351)_6$

(4)33.已知一個中文字以 2 個 Byte 表示，若以純文字儲存一套 4 百萬字的中文書，最多需要幾張容量為 1.44MB 的磁片即可存完？

(1). 3 張

(2). 4 張

(3). 5 張

(4). 6 張

(3)34.已知有一 4 位元的資料 1011，採用偶同位檢查的漢明碼，其結果為

(1). 0111011

(2). 0010011

(3). 0110011

(4). 0011011

(2)35.六進制 12345 之 6 的補數為何？

(1). 43210

(2). 43211

(3). 43212

(4). 43213

(4)36.文數字的編碼中，哪一種最常用於 IBM 大型主機？

(1). ASCII

(2). BCD

(3). TCA

(4). EBCDIC

(1)37.文數字的編碼中，哪一種最常用於個人電腦？

(1). ASCII

(2). BCD

(3). TCA

(4). EBCDIC

(3)38.以 16 位元來表示一個整數，所能表示的最大正數是？

(1). 65535

(2). 65536

(3). 32767

(4). 32768

(4)39.以下各選項何者正確？

(1). gigo 意指先到的資料先處理

(2). mips 意指電腦的記憶容量

(3). cpu 有 n 位元的位址匯流排表示屬於 n 位元的 cpu

(4). 1Gb=220Kb

(3)40.以下何種內碼可以涵蓋世界各種不同文字

(1). ASCII

(2). BIG-5

(3). UNICODE

(4). EBCDIC

(3)41.同位檢查(parity checking)是資料錯誤檢查的技術，下列何者不具有偶同位性？

(1). 011100001

(2). 101110000

(3). 011110100

(4). 111111110

(2)42.以奇同位檢查碼進行同位檢查，以下何者為錯誤表示法？

(1). 01110000

(2). 10011001

(3). 11110010

(4). 11001101

(2)43.以定點數表示帶正負號整數數值資料時，則當數據資料為負值時，其符號位元為

(1). 0

(2). 1

(3). 10

(4). 1111

(3)44.若一年以 365 日計算，則至少須使用多少位元才可表示該數目？

(1). 4

(2). 8

(3). 9

(4). 13

(3)45.英文字母「A」的 10 進位 ASCII 值為 65，則字母「Q」的 16 進位 ASCII 值為

(1). 73

(2). 81

(3). 51

(4). 94

(1)46.個人 PC 電腦通常採用 ASCII 碼作為內部資料處理或數據傳輸方面的交換碼，其編碼方式為

(1). 7 位元二進位碼

(2). 4 位元二進位碼

(3). 6 位元二進位碼

(4). 8 位元二進位碼